



KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS
ENERGETIKOS KATEDRA

Šilumos ir masės mainų procesų elektronikos sistemoje matematinio modelio ataskaita

Podoktoratūros stažuotojas: dr. Žygimantas Staliulionis

Podoktorantūros vadovas: prof. Gintautas Miliauskas

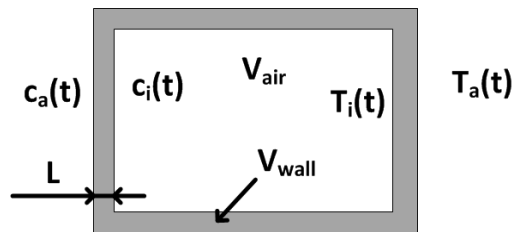
KAUNAS, 2022

Įvadas

Šioje ataskaitoje yra pateikiama teorija apie šilumokaitą ir fazinius virsmus bei masės mainus, kurie yra reikalingi sudarant matematinį modelį šilumos perdavimui ir masės mainams elektronikoje aprašyti. Šio modelio poreikį užtikrina platus elektroninių sistemų pritaikymas pramonės šakose ir moksle, o modelio specifiką apibrėžia optimalaus klimato palaikymo tose sistemose poreikis. Modeliui išvystyti atliekama išplėstinė literatūros analizė elektroninių sistemų šilumos ir masės mainų tematikoje ir įvertinimas žinomų modelių pritaikymų tose sistemose taikymo specifika. Atviros elektroninės sistemos korpuso įvertinimas su faziniais virsmis t.y. kondensacija ir garavimas elektronikai būdingose ir naudojamose medžiagose bei komponentuose. Sudaromas ir įvertinamas šilumokaitos, fazinių virsmų modelių tinkamumas elektronikos inžinerijos būdingose kraštinėse sąlygose klimatui apibrėžti, prognozuoti ir valdyti.

1 Šilumos ir fazinių virsmų procesai

Šiame skyrelyje panagrinėsime ir aprašysime šilumos mainų ir fazinių virsmų (vandens garavimo ir garo kondensacijos) procesus, kurie bus reikalingi ir pritaikomi šilumos ir temperatūrų laukams elektronikos sistemose modeliuoti ir klimatui prognozuoti. Matematinis modelis sudaromas uždarai sistemai / elektronikos dėžei, kurioje vykstančius šilumos ir masės pernašos procesus apibrėžia elektroninių prietaisų išskiriama šiluma, šilumos perdavimas per ribojančias sienelės, garo savaiminis sklidimas jose bei galimi vandens ir jo garo fazinių virsmų paviršiniai procesai (1 pav.).



1 pav. Uždara elektronikos dėžė pernašos procesams apibūdinti

Elektronikos dėžės sistemos terminė būseną bendruoju atveju apibrėžiama laiko ir erdvės koordinatų funkcija aprašomu temperatūros $T(\tau, x, y, z)$ [K] lauku, o energinę būseną apibrėžia šilumos $Q(\tau, x, y, z)$ [W] srautas sienelėse, kuriam galioja energinis balansas sienelės kontakto su oru paviršiuje. Temperatūros lauko kitimą laike ir erdvėje apibrėžia laikinis $\text{grad}_\tau T$ [K/s] gradientas ir erdvinis $\text{grad}_n T$ [K/m] gradientas:

$$\text{grad}_\tau T = \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta\tau} = \frac{\partial T(\tau, x, y, z)}{\partial \tau} ; \quad (1.1)$$

$$\text{grad}_n T = \lim_{\Delta n \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta n} = \frac{\partial T(\tau, x, y, z)}{\partial n} = \frac{\partial T(\tau, x, y, z)}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial T(\tau, x, y, z)}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial T(\tau, x, y, z)}{\partial z} \vec{k} ; \quad (1.2)$$

Savaiminis šilumos plitimas vyksta, kai

$$\frac{\partial T(\tau, x, y, z)}{\partial n} \neq 0. \quad (1.2)$$

Šilumos plitimas yra nusistovėjęs (stacionarus), kai

$$\frac{\partial T(\tau, x, y, z)}{\partial \tau} = 0. \quad (1.3)$$

Paviršiniai faziniai virsmai apibrėžiami susikondensuojančio garo / išgaruojančio vandens garo $g_v(y, z)$ [kg/s] srautu ir jo vidutiniu $A_{y,z}$ paviršiuje $m_v(y, z) = g_v(y, z)/A_{y,z}$ [kg/(m²s)] tankiu. Galimiems vandens garo fazinių virsmų procesams apibrėžti yra svarbi vandens garo tūrinė (molinė) X_v koncentracija:

$$X_v(\tau) = \frac{p_v}{p_b}; p_v = \frac{\varphi}{100\%} p_s(T_a) \quad (1.4)$$

Čia: p_b yra barometrinis slėgis, Pa; p_v yra vandens garo dalinis slėgis oro dujų mišinyje, Pa; p_b yra barometrinis slėgis, Pa; p_s yra pagal oro temperatūrą apibrėžtas soties būsenos garo slėgis, Pa; φ yra oro santykinis drėgnumas, %. Soties būsenos vandens garo parametrai susiejami tikslia Gerry empirine koreliacija [1]:

$$\lg p_s = 0.0141966 - 3.142305 \left(\frac{10^3}{T_s} - \frac{10^3}{T - 373.16} \right) + 8.21 \lg \left(\frac{373.16}{T_s} \right) - 0.0024804(373.16 - T_s), \text{ kai } 0 < t_s < 95^\circ\text{C}. \quad (1.5)$$

Išraiškoje (1.5) vandens sočiojo garo slėgis p_s [ata] ir temperatūra T_s [K]. Sočiojo garo temperatūra T_s [K] = t_s [C] + 273,15.

Elektronikos dėžės sistemoje vykstantys pernašos procesai apibrėžiami vienareikšmiškumo sąlygomis, išskiriant pradines ir kraštines sąlygas. Pradinės sąlygos apibrėžiamos konkrečia aplinkos oro ir oro dėžėje T_a [K] temperatūra bei konkrečiu aplinkos ir dėžės oro santykiu φ [%] drėgnumu:

$$\begin{aligned} T_{f,1}(\tau = 0) &= T_{a,1}; T_{f,2}(\tau = 0) = T_{a,2}; \\ \varphi_{f,1}(\tau = 0) &= \varphi_{a,1}; \varphi_{f,2}(\tau = 0) = \varphi_{a,2}. \end{aligned} \quad (1.6)$$

Kraštinės sąlygos apibrėžiamos prie paviršiaus pritekančių ir nutekančių šilumos srautų balanso ir pritekančio ir nutekančio garo srauto balanso sąlygomis:

$$\sum_{(i)} \vec{Q}_{i,w}(\tau) = 0; \sum_{(i)} \vec{g}_{v,i,w}(\tau) = 0. \quad (1.7)$$

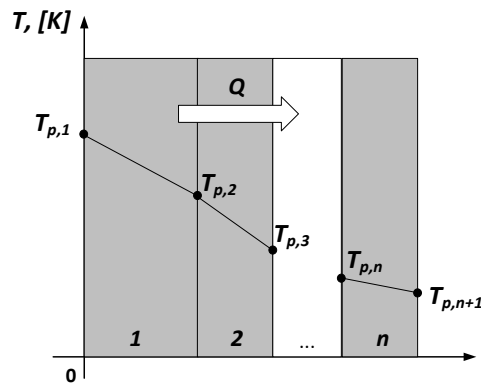
Bendruoju atveju elektronikos dėžės sistemoje vyksta sudėtiniai šilumos ir masės mainų procesai, kuriems yra svarbi tarpusavio sąveika. Sąveikos pasekmėje pasikeičia šilumos ir masės mainų procesų greitis, todėl kiekvieno atskiro pernašos proceso sparta skiriasi nuo klasikinio

atvejo, kuomet atitinkamos kraštinės sąlygos šis pernašos procesas vykėtų vienas. Sąveikos intensyvumui yra reikšmingas vykstančių sudėtinių pernašos procesų energinis lygmuo. Sąveikos įtaką galima apibrėžti palyginamuoju metodu. Tam reikalingas atraminis atvejis, kuriuo pasitarnauja klasikinis šilumokaitos atvejis, apibrėžiamas tarpusavyje nepriklausomais šilumos plitimu laidumu, konvekcija ir spinduliavimu bei tarus, jog fazinių virsmų procesai įtakos šilumokaitos procesams nedaro.

1.1 Šilumos laidumas kietoje sienelėje

Modeliuojamas šilumos laidumo daugiasluoksniėje plokščioje sienelėje atvejis, kuomet sluoksnių skaičius n yra baigtinis, kiekvieno n_j sluoksniu L_j [m] storis bei šilumos laidžio λ_j [W/(m K)] koeficientas yra žinomi. Numatoma, jog šilumos plitimas laidumu sienelėje vyrauja jai statmena kryptimi, kuri susiejama su x [m] koordinate (2 pav.). Todėl savaiminis šilumos plitimas sienelėje y ir z kryptimis paneigiamas:

$$\frac{\partial T(\tau, x, y, z)}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial T(\tau, x, y, z)}{\partial z} = 0. \quad (1.8)$$



2 pav. Temperatūrų pasiskirstymas kompozitinėje n sluoksnių sienelėje

Šilumos Q [W] srautą neskaidrioje kietoje sienelėje apibrėžia šilumos laidumo Furje dėsnis, kuris teigia, jog šilumos srautas laidumu yra tiesiog proporcingas sienelės plotui ir temperatūros lauko gradientui [2-4]:

$$Q_x(\tau) = -A_{y,z} \lambda_x(\tau) \frac{\partial T(\tau, x)}{\partial x}; \quad q_x(\tau) = -\lambda_x(\tau) \frac{\partial T(\tau, x)}{\partial x}. \quad (1.9)$$

Čia: Q yra šilumos srautas, [W]; q yra šilumos srauto tankis, [W/m²], T yra temperatūra [K], x yra sienelės statmenos krypties koordinatė, [m]; λ yra proporcingo koeficientas Furje šilumos laidumo dėsnio matematinėje išraiškoje, jis atitinka sienelės medžiagos šilumos laidžio koeficientą [W/(m·K)] ir fizikine prasme apibrėžia šilumos srauto tankį, kai temperatūros lauko gradientas yra vienetinis dydis:

$$\lambda \equiv |q|, \text{ kai } \frac{\partial T(\tau, x)}{\partial x} = 1. \quad (1.10)$$

Minuso ženklas (1.9) išraiškose nurodo, jog šilumos srauto ir temperatūros gradiento vektorių kryptys yra priešingos, t. y. šiluma savaime teka temperatūros mažėjimo kryptimi. Bendruoju nestacionariosios šilumokaitos sienelėje atveju ($\partial T(\tau, x)/\partial \tau \neq 0$) kiekviename sluoksnyje teka savitas šilumos laidumu srautas ir sluoksnių lokalinė temperatūra kinta laike, o stacionariosios šilumokaitos atveju ($\partial T(\tau, x)/\partial \tau = 0$) visuose sienelės sluoksniuose teka vienodas šilumos laidumu srautas ir sluoksnių temperatūros yra nusistovėjusios:

$$\begin{aligned} q_{x,j}(\tau) &= -\lambda_{x,j}(\tau) \frac{\partial T_j(\tau, x)}{\partial x}; \quad T_j \equiv T_j(\tau, x), \text{ kai } \frac{\partial T_j(\tau, x)}{\partial \tau} \neq 0; \\ q_{x,j}(\tau) &= \text{const}; \quad T_j \equiv T_j(x), \text{ kai } \frac{\partial T_j(\tau, x)}{\partial \tau} = 0. \end{aligned} \quad (1.11)$$

Bendroji šilumos laidumo diferencialinė lygtis kietajam kūnui išvedama remiantis pirmuoju termodinamikos ir Furjė dėsniais. Taikant pirmąjį termodinamikos dėsnį (jis yra energijos tvermės dėsnio išraiška), energijos balanso lygtis mažam kietojo kūno tūrio vienetui (gretasieniui) yra apibrėžiama kūno entalpijos H [J] ir šiluminės energijos E , [J] balanso lygtimi [3-4]:

$$H = E_{in} - E_{out} + E_{gen} . \quad (1.12)$$

Energijos pokytis gretasienyje laike apibrėžiamas generuojamo ir pritekančio šilumos srautų skirtumu su ištekančiu šilumos srautu. Tuomet kūno entalpijos kitimas laike aprašomas energijos diferencialine lygtimi:

$$\frac{\partial H}{\partial \tau} = Q_{in} - Q_{out} + Q_{gen} . \quad (1.13)$$

Čia: E yra šiluminė energija, [J]; $Q_{gen} = VQ_g$ yra medžiagoje vidinių šaltinių sugeneruojamas šilumos srautas, [W]; V yra medžiagos tūris, [m³], Q_g yra medžiagos tūrio vienetė sugeneruojama šiluma per laiko vienetą [J/(m³s)], Q_{in} yra į medžiagos tūrį įtekantis šilumos srautas [W], Q_{out} yra iš medžiagos tūrio ištekantis šilumos srautas, [W]; H yra medžiagos tūrio entalpija [J], kuri apibrėžiama medžiagos masės $M = V\rho$ [kg], savitosios šilumos c_p [J/(kg K)] ir temperatūros T [K] sandauga:

$$H = V\rho c_p T . \quad (1.14)$$

Pritaikius Furjė dėsnį (1.13) energijos balanso lygtyje elementaraus gretasienio atvejui, gaunama diferencialinė energijos lygtis šilumos laidumui plokščioje kietoje sienelėje aprašyti [3-4]:

$$\rho_p \frac{\partial T(\tau, x)}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda(\tau, x) \frac{\partial T(\tau, x)}{\partial x} \right] + Q_{gen} \quad (1.15)$$

Energijos (1.15) diferencialinė lygtis aprašo plokščios sienelės, kurioje egzistuoja tūrinis apibrėžtas energijos vidinis šaltinis, nestacionarųjį temperatūros lauko $T(\tau, x)$ funkciją. Nusistovėjusio šilumos plitimo plokščioje sienelėje atveju ($\partial T(\tau, x)/\partial \tau = 0$), kai sienelės šilumos laidžio koeficientas nepriklauso nuo medžiagos temperatūros ir tūrinių energijos šaltinių sienelėje nėra, energijos (1.15) lygtis įgauna pavidalą:

$$\frac{d^2 T(x)}{dx^2} = 0, \quad \text{kai} \quad \frac{\partial T(\tau, x)}{\partial \tau} = 0; Q_{gen} = 0; \lambda(\tau, x) = \text{const} . \quad (1.16)$$

Kraštinės sąlygos (1.16) lygčiai formuluojamos apibrėžtų sienelės paviršių T_{p1} ir T_{p2} temperatūrų atžvilgiu:

$$T(x=0) = T_{p1}; T(x=L) = T_{p2}. \quad (1.17)$$

Lygčių (1.16-1.17) sistema lengvai išsprendžiama analitiškai:

$$T(x) = T_{p1} - \frac{x}{L} (T_{p1} - T_{p2}) \quad (1.18)$$

Pritaikius šilumos laidumo dėsnio matematinę (9) išraišką ir temperatūros gradientą apibrėžus temperatūros lauko (1.18) formulės pagrindu, sudaromas stacionaraus šilumos laidumo srauto plokščioje sienelėje ir jo tankio matematinis modelis:

$$Q_l = -A\lambda \frac{dT(x)}{dx} = -A\lambda \frac{T_{p2} - T_{p1}}{L} = A \frac{T_{p1} - T_{p2}}{L/\lambda} = A \frac{T_{p1} - T_{p2}}{R_l}; \quad (1.19)$$

$$q_l = \frac{T_{p1} - T_{p2}}{R_l}; R_l = \frac{L}{\lambda}.$$

Plokščios sienelės terminė R_l [$\text{m}^2\text{K}/\text{W}$] varža išreiškiama sienelės storio L [m] ir medžiagos laidžio koeficiento λ [$\text{W}/\text{m K}$] santykiu. Praktikai yra patogiau naudoti modifikuotą sienelės terminės varžos $R_{l,m} = R_l/A$ [K/W] formą, kuri yra universali sienelės geometrinės formos atžvilgiu [3,4]:

$$Q_l = -\frac{T_{p2} - T_{p1}}{R_{l,m}}. \quad (1.20)$$

Stacionaraus šilumos plitimo laidumu n sluoksnių kompozicinėje plokščioje sienelėje (2 pav.) atveju šilumos srauto (1.19) modelis įgauna formą [4]:

$$Q_l = A \frac{T_{p1} - T_{p2}}{\sum_{j=1}^n R_{l,j}}; R_{l,j} = \frac{L_j}{\lambda_j}; q_l = \frac{T_{p1} - T_{p2}}{\sum_{j=1}^n R_{l,j}}. \quad (1.21)$$

1.2 Konvekcinis šilumos atidavimas

Konvekcinis šilumos atidavimo procesas vyksta T_f temperatūros fluidui (skysčiui arba dujoms) aptekant (apiplaunant) kietos medžiagos T_p temperatūros paviršių, kai $T_f \neq T_p$. Konvecinį šilumos srautą aprašo šilumos atidavimo Niutono dėsnis, kuris teigia, jog paviršiui atiduodamas (nuo paviršiaus nuvedamas) konvekcinis šilumos srautai yra tiesiog proporcingas paviršiaus plotui ir fluideo bei paviršiaus temperatūrų skirtumui apibrėžtai šilumokaitos varančiajai jėgai [4-6]:

$$Q_c = A \alpha (T_f - T_p) = A \frac{T_f - T_p}{1/\alpha} = A \frac{T_f - T_p}{R_a}; \quad (1.22)$$

$$q_l = \frac{T_f - T_p}{R_a}; R_a = \frac{1}{\alpha}.$$

Čia: Q_c – yra konvekcinis šilumos srautas, [W]; q_c – yra konvekcinio šilumos srauto tankis, [W/m²]; T_p yra kūno paviršiaus temperatūra [K], T_f yra fluideo temperatūra [K]; R_a yra šilumos atidavimo terminė varža, [m²K/W]; α yra proporcingumo koeficientas šilumos atidavimo Niutono dėsnyje, jis vadinamas šilumos atidavimo koeficientu, [W/(m²K)], kuris fizikine prasme apibrėžia konvekcinio šilumos srauto tankį, kai fluideo ir paviršiaus temperatūrų skirtumui apibrėžta šilumokaitos varančioji jėga yra 1 K. Plokščios sienelės terminė R_l [m²K/W] varža išreiškiama sienelės storio L [m] ir medžiagos laidužio koeficiento λ [W/m K] santykiu. Praktikai yra patogiu naudoti modifikuotą šilumos atidavimo terminės varžos $R_{a,m} = R_a/A$ [K/W] formą, kuri yra universali paviršiaus geometrinės formos atžvilgiu:

$$Q_c = \frac{T_f - T_p}{R_{a,m}}. \quad (1.23)$$

Šilumos konvekcija būna laisvoji, priverstinė ir mišri. Laisvąją (savaiminę) šilumos konvekciją iššaukia neizoterמיškame fluide veikiančios Archimedo jėgos. Priverstinę šilumos konvekciją iššaukia išorinės slėgio jėgos. Mišrios konvekcijos atveju Archimedo ir išorinės slėgio jėgos yra lygiavertės (artimos), laisvosios konvekcijos atveju vyrauja Archimedo jėgos, o priverstinės konvekcijos atveju vyrauja išorinės slėgio jėgos. Šilumos atidavimo terminės varžos apskaičiavimo metodas priklauso nuo konvekcijos būdo. Be to, dar tenka atsižvelgti ir į fluideo tekėjimo režimą, kuris gali būti laminarinis, pereinamasis arba turbulentinis.

Vykstant konvekcinei šilumokaitai prie paviršiaus susiformuoja hidrodinaminis (δ_h) ir šiluminis (δ_T) pasienio sluoksniai. Hidrodinaminiam pasienio sluoksnyje fluideo greitis nuosekliai (netiesiškai) sumažėja iki nulio, kadangi fluideo molekulos prie paviršiaus prilimpa. Šiluminiame pasienio sluoksnyje fluideo temperatūra nuosekliai (netiesiškai) išauga (kai $T_p > T_f$) arba sumažėja

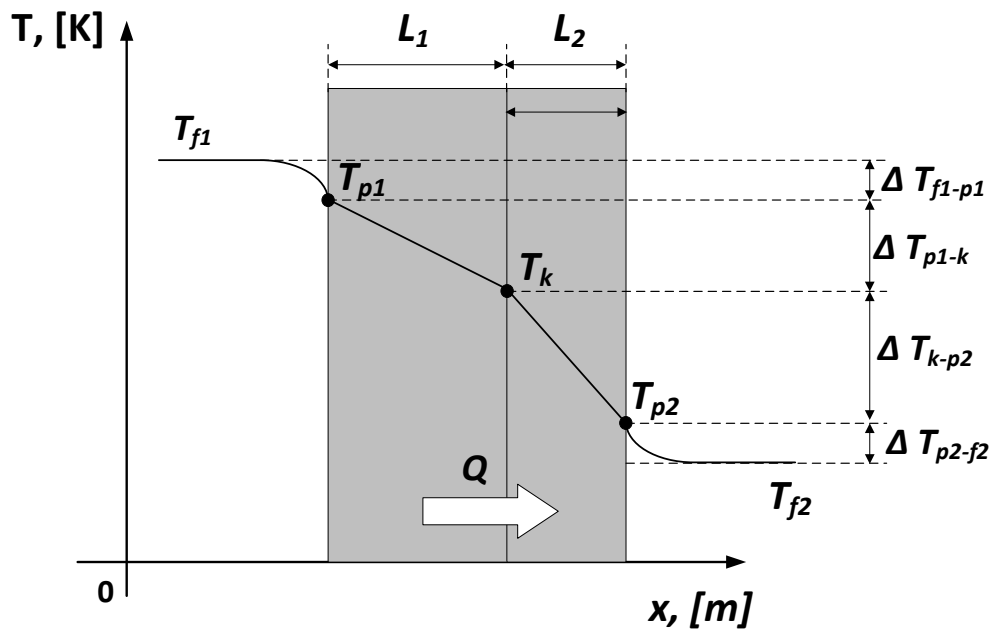
(kai $T_f > T_p$) iki paviršiaus temperatūros. Konvekcinio šilumos atidavimo hidrodinaminiai ir terminiai procesai ir įvyksta atitinkamame pasienio sluoksnyje. Kadangi fluído molekulos yra prie paviršiaus prilipusios, tai fluído konvekcija atiduodama (nuvedama) šiluma prie paviršiaus priteka (nuteka) šilumos laidumu. Šilumos atidavimo Niutono dėsnio aprašomas konvekcinės šilumos Q_c [W] srautas yra lygus šilumos laidumo Furje dėsnio aprašomam Q_l [W] srautui, todėl tai išnaudojama kaip viena iš kraštinių sąlygų [4-6]:

$$Q_l = Q_c; \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=x_p} = \alpha(T_f - T_p) \quad (1.24)$$

Kraštinės sąlygos (1.24) išraiškoje λ yra pagal paviršiaus temperatūrą parinktas fluído (ne medžiagos) šilumos laidžio koeficientas. Taipogi, verta paminėti, jog nulinio šilumos atidavimo koeficiento atveju, gauname kitą kraštinę sąlygą, kuri vadinama izoliuota (adiabatinė) kraštinė sąlyga. Tuomet konvekcinis šilumos srautas lygus nuliui ir šilumos atidavimas nevyksta.

1.3 Šilumos perdavimas per fluידų apiplaunamą plokščią sienelę

Šilumos mainus tarp skirtingos temperatūros fluידų, kuriuos skiria kietą sienelę, įvardinsime šilumos perdavimu. Šilumos perdavimas plačiai sutinkamas įvairioje technologinėje praktikoje, jis apibrėžia ir šilumos pritekėjimą/nuvedimą elektronikos dėžės sistemoje. Šilumos perdavimas yra sudėtinis procesas ir jį apibrėžia šilumos atidavimo kietos sienelės pusėse procesai ir šilumos laidumas sienelėje. Panagrinėsime elektronikos dėžei aktualų šilumos perdavimą per plokščią kompozicinę sienelę atvejį (3 pav.).



3 pav. Šilumos perdavimo per dviejų sluoksnių plokščią sienelę principinė schema.

Kompozicinės sienelės sluoksnių skaičius analizei nėra reikšmingas, kadangi šilumos laidumo varančiąją jėgą apibrėžia sienelės išorinio ir vidinio paviršių temperatūrų $\Delta T_s = T_{p1} - T_{p2}$ [K] skirtumas (kai $T_{p1} > T_{p2}$), o pasipriešinimą apibrėžia visų sluoksnių suminė sienelės terminė R_s [m^2K/W] varža. Tai realus elektronikos dėžės šilumokaitos per korpusą (1 pav.) atvejis, kai jo sienelės atskiria vidinį orą nuo supančios aplinkos oro. Panagrinėsime stacionarų šilumos perdavimą ($\partial T(\tau, x) / \partial \tau = 0$) nuo šiltesnio T_{f1} temperatūros aplinkos oro šaltesniam T_{f2} orui dėžėje per dviejų sluoksnių kompozicinę sienelę. Plokščios sienelės sluoksnių paviršiaus plotas yra vienodas, todėl perduodamos šilumos balansą galima sudaryti ir šilumos srauto tankio atžvilgiu. Šilumos perdavimo per dviejų sluoksnių sienelę principinė schema pateikta 3 paveiksle. Šilumos perdavimo proceso varančiąją jėgą apibrėžia karštesnio ir šaltesnio fluideo temperatūrų ΔT_f [K] skirtumas, o pasipriešinimą šilumos perdavimui sąlygoja šilumos perdavimo suminė terminė R_Σ [m^2K/W] varža, kurią apibrėžia dvi šilumos atidavimo ir sienelės varžos:

$$q = \frac{\Delta T_f}{R_\Sigma}; \Delta T_f = \alpha(T_{f1} - T_{f2}); R_\Sigma = R_{a1} + R_s + R_{a2}. \quad (1.25)$$

Šilumos perdavimo procesas vyksta nuosekliai: pradžioje aplinkos oras konvekcija šilumą atiduoda išoriniam elektronikos dėžės paviršiui, po to šiluma laidumu plinta sienelės sluoksniuose, kol galiausias vidinis sienelės paviršius konvekcija šilumą atiduoda dėžės orui. Šie procesai aprašomi pagal šilumos atidavimo Niutono dėsnį ir šilumos laidumo Furje dėsnį:

$$q_{a1} = \alpha_1(T_{f1} - T_{p1}) = \frac{T_{f1} - T_{p1}}{R_{a1}}; \quad (1.26)$$

$$q_{s1} = \frac{\lambda_1}{L_1}(T_{p1} - T_k) = \frac{T_{p1} - T_k}{R_{s1}}; \quad (1.27)$$

$$q_{s2} = \frac{\lambda_2}{L_2}(T_k - T_{p2}) = \frac{T_k - T_{p2}}{R_{s2}}; \quad (1.28)$$

$$q_{a2} = \alpha_2(T_{p2} - T_{f2}) = \frac{T_{p2} - T_{f2}}{R_{a2}}; \quad (1.29)$$

$$\frac{\partial T(\tau, x)}{\partial \tau} = 0: q_{a1} = q_{s1} = q_{s2} = q_{a2} = q. \quad (1.30)$$

Temperatūra sienelės sluoksniuose susiskirsto dėsningai. Sluoksniuose temperatūra pakinta proporcingai jų terminei varžai. Susidarę lokaliniai temperatūrų ΔT_j skirtumai nugalai atitinkamų sluoksnio terminę R_j varžą:

$$\Delta T_j \equiv R_j, \text{ kai } \sum_{(j)} \Delta T_j = \Delta T_f; \sum_{(j)} R_j = R_\Sigma. \quad (1.31)$$

Atsižvelgus į (1.30) sąlygą, išraiškos (1.27-1.29) pertvarkomos jose esančių temperatūrų skirtumo atžvilgiu ir pateikiamos lygčių sistema:

$$\begin{cases} T_{f1} - T_{p1} = qR_{a1}; \\ T_{p1} - T_k = qR_{s1}; \\ T_k - T_{p2} = qR_{s2}; \\ T_{p2} - T_{f2} = qR_{a2}. \end{cases} \quad (1.32)$$

Sudėję kairiąsias ir dešiniąsias lygčių (1.32) sistemos puses, gauname:

$$q = \frac{T_{f1} - T_{f2}}{R_{a1} + R_{s1} + R_{s2} + R_{a2}} = \frac{T_{f1} - T_{f2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{L_1}{\lambda_1} + \frac{L_2}{\lambda_2} + \frac{1}{\alpha_2}} = \frac{T_{f1} - T_{f2}}{k};$$

$$k = \frac{1}{R_{\Sigma}} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{L_1}{\lambda_1} + \frac{L_2}{\lambda_2} + \frac{1}{\alpha_2}}. \quad (1.33)$$

Perduodamos šilumos srauto tankio (1.33) išraiškose parametras k [W/(m²K)] yra vadinamas šilumos perdavimo koeficientu, kuris yra atvirkščiai proporcingas perdavimo suminei terminėi varžai. Kai perduodamos šilumos srautas (arba jo tankis) yra apibrėžtas ir visos terminės varžos taip pat yra apibrėžtos, tuomet sienelės paviršių temperatūros apskaičiuojamos pagal schemą:

$$\begin{cases} T_{p1} = T_{f1} - qR_{a1}; \\ T_k = T_{p1} - qR_{s1}; \\ T_{p2} = T_k - qR_{s2}; \\ T_{p2} = T_{f2} + qR_{a2}. \end{cases} \quad (1.34)$$

Pagal Furje ir Niutono dėsnų modelį apskaičiuotoji vidinio sienelės paviršiaus T_{p2} temperatūra privalo sutapti: tai yra šilumos perdavimo skaičiuojamojo atvejo patikimumo kontrolė. Šilumos perdavimas per kompozicinę n sluoksnių sienelę aprašomas modifikavus (1.33) modelį:

$$q = \frac{T_{f1} - T_{f2}}{R_{a1} + \sum_{j=1}^n R_{sj} + R_{a2}}; \quad k = \frac{1}{R_{\Sigma}} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{j=1}^n \frac{L_j}{\lambda_j} + \frac{1}{\alpha_2}}. \quad (1.35)$$

Šilumos perdavimo uždavinys išsprendžiamas iteraciniu metodu. Tai susiję su tuo, jog apskaičiuojant termines varžas dažniausia būtina žinoti ir būdingų paviršių temperatūras. Todėl pirminei iteracijai paviršių temperatūras tenka užsiduoti. Apskaičiuojant termines varžas, apibrėžiamas perduodamos šilumos srautas. Tuomet paviršių temperatūros patikslinamos pagal schemą (1.32). Jeigu apskaičiuotosios paviršių temperatūros skiriasi didesniu nei numatyta pasikliautimumu nuo užsiduotųjų, tuomet užsiduotosios temperatūros prilyginamos apskaičiuotosiomis ir vykdoma sekanti iteracija, kol užtikrinamas norimas pasikliautimumas.

Iteracinio skaičiavimo įmanomai paprasčiausią pavyzdį pateiksime apibrėžtų terminų varžų atveju.

Lai turime šilumos perdavimo atvejį, kai galioja žemiau pateiktos kraštines sąlygas bei parametrai:

Aplinkos oro temperatūra: t_{f1} yra 40°C ;

Elektronikos dėžėje esančio oro temperatūra: t_{f2} yra 20°C ;

Išorinės konvekcijos šilumos atidavimo koeficientas: α_1 yra $25 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$;

Vidinės konvekcijos šilumos atidavimo koeficientas: α_2 yra $3 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$;

Sienelės pirmo sluoksnio šilumos laidžio koeficientas: λ_1 yra $0,65 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$;

Sienelės antrojo sluoksnio šilumos laidžio koeficientas: λ_2 yra $0,2 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$;

Sienelės pirmo sluoksnio storis: L_1 yra $0,005 \text{ m}$;

Sienelės antro sluoksnio storis: L_2 yra $0,003 \text{ m}$.

Reikia apskaičiuoti šilumos srautą perduodamą per sienelę bei sienelės tarpines paviršių ir kontaktinę temperatūras:

t_{p1} – išorinio paviršiaus temperatūra, [K]

t_k – kontaktinio paviršiaus temperatūra, [K]

t_{p2} – vidinio paviršiaus temperatūra, [K]

q – šilumos srauto tankis, [W/m^2]

Pirmajai iteracijai atlikti užsiduodame tarpinių paviršių temperatūras:

Užsiduota išorinio paviršiaus temperatūra: $t_{p1,u} = 35^{\circ}\text{C}$

Užsiduota kontaktinio paviršiaus temperatūra: $t_{k,u} = 30^{\circ}\text{C}$

Užsiduota vidinio paviršiaus temperatūra $t_{p2,u} = 25^{\circ}\text{C}$.

Apskaičiuojama kiekvieno tarpinio šilumokaitos proceso terminė varža ir surandama šilumos perdavimo proceso suminė terminė varža (kadangi terminės varžos buvo vienareikšmiškai apibrėžtos kraštinėmis sąlygomis, todėl šiuo atveju pradžioje užsiduotųjų tarpinių temperatūrų neprireikė):

$$R_{1a} = \frac{1}{\alpha_1} = \frac{1}{25} = 0,04 \text{ (m}^2\text{K)/W ;}$$

$$R_{s1} = \frac{L_1}{\lambda_1} = \frac{0,005}{0,65} = 0,007692 \text{ (m}^2\text{K)/W;}$$

$$R_{s2} = \frac{L_2}{\lambda_2} = \frac{0,003}{0,02} = 0,015 \text{ (m}^2\text{K)/W};$$

$$R_{2a} = \frac{1}{\alpha_2} = \frac{1}{3} = 0,333 \text{ (m}^2\text{K)/W};$$

$$R_{\Sigma} = R_{1a} + R_{s1} + R_{s2} + R_{2a} = 0,396 \text{ (m}^2\text{K)/W}.$$

Apskaičiuojamas per sienelę perduodamos šilumos srauto tankis:

$$q = \frac{f_{f1} - f_{f2}}{R_{\Sigma}} = \frac{40 - 20}{0,396} = 50,50 \text{ W/m}^2;$$

Apskaičiuojamos tarpinės temperatūros:

$$t_{p1} = t_{f1} - qR_{1a} = 40 - 50,50 \times 0,04 = 37,97^{\circ}\text{C};$$

$$t_k = t_{p1} - qR_{s1} = 37,97 - 50,50 \times 0,00769 = 37,59^{\circ}\text{C};$$

$$t_{p2} = t_k - qR_{s2} = 37,59 - 50,50 \times 0,015 = 36,83^{\circ}\text{C}.$$

Atliekam kontrolinį skaičiavimą t_{p2} temperatūrai, kad įsitikinti atlikto skaičiavimo patikimumu:

$$t_{p2} = t_{f2} + qR_{2a} = 20 + 50,50 \times 0,333 = 36,83^{\circ}\text{C}.$$

Matome, jog apskaičiuotosios t_{p2} temperatūros sutampa. Lyginame ar skirtumas tarp apskaičiuotų ir užsiduotų temperatūrų neviršija $0,01^{\circ}\text{C}$:

$$\Delta t_{p1} = t_{p1} - t_{p1,u} = 37,97 - 35 = 2,97^{\circ}\text{C};$$

$$\Delta t_k = t_k - t_{k,u} = 37,59 - 30 = 7,59^{\circ}\text{C};$$

$$\Delta t_{p2} = t_{p2} - t_{p2,u} = 36,83 - 25 = 11,83^{\circ}\text{C}.$$

Visuose trijuose būdinguose paviršiuose temperatūros skirtumas tarp užsiduotų ir apskaičiuotų temperatūrų yra didesnis negu $0,01^{\circ}\text{C}$, todėl vykdoma antroji iteracija, kuriai užsiduotas temperatūras prilyginame apskaičiuotoms: $t_{p1,u} = 37,97^{\circ}\text{C}$; $t_{k,u} = 37,59^{\circ}\text{C}$; $t_{p2,u} = 36,83^{\circ}\text{C}$.

Modeliuojamu atveju terminės varžos išlieka nepakitę, todėl ir perduodamas srautas bus toks pat. Todėl ir apskaičiuotosios temperatūros šiuo atveju išliks tos pačios.

Po palyginimo šiuo atveju jau antrojoje iteracijoje gauname temperatūrų skirtumus lygius 0, todėl iteracinis skaičiavimas yra baigiamas. Tuo atveju, kai terminės varžos priklausys nuo užsiduotų tarpinių temperatūrų, iteracinis skaičiavimo procesas gali apimti kelias ar net keliolika iteracijų. Kad pateiktą šilumos perdavimo iteracinio skaičiavimo metodiką įdiegti į elektronikos dėžės programinį kodą, būtina konkretizuoti šilumos atidavimo terminių varžų matematinį modelį.

1.4 Plokštės konvekcinio šilumos atidavimo matematinis modelis

Konvekcinio šilumos atidavimo terminiai $R_a = 1/\alpha$ apskaičiuoti reikalingas šilumos atidavimo α koeficientas apibrėžiamas panašumo teorijos pagrindu pagal Nuselto kriterijų:

$$\text{Nu} = \frac{\alpha \cdot l}{\lambda}; \alpha = \text{Nu} \frac{\lambda}{l}; R_a = \frac{l}{\text{Nu} \cdot \lambda}. \quad (1.36)$$

Čia: Nu yra Nuselto kriterijus; α yra šilumos atidavimo koeficientas, [W/(m²K)]; λ yra paviršių apiplaunancio fluideo šilumos laidžio koeficientas, [W/(m K)]; l yra paviršiaus būdingas matmuo, [m], kuris bendruoju netaisyklingo paviršiaus atveju apibrėžiamas kaip keturių paviršiaus A [m²] plotų santykis su paviršiaus P [m] perimetru: $l \equiv 4 A/P$. Plokščio paviršiaus aptekėjimo atveju, l parenkamas kaip paviršiaus plotis, ilgis arba aukštis, priklausomai nuo plokščio paviršiaus aptekėjimo fluidu krypties.

Nuselto kriterijus laikomas apibrėžiamuoju kriterijumi ir jis išskaičiuojamas iš empirinės kriterinės lygties, kurią sudaro apibrėžiantieji kriterijai, susieti eksperimentiškai apibrėžtais empiriniais koeficientais. Konvekciniam šilumos atidavimui aprašyti bendrosios kriterinės lygties forma tradiciškai išreiškiama Reinoldso Re, Grashofo Gr ir Prandtlio Pr kriterijų funkicine išraiška:

$$\text{Nu} = f(\text{Re}, \text{Gr}, \text{Pr}). \quad (1.37)$$

Panašumo kriterijai turi aiškiai apibrėžiamą fizikinę prasmę:

$$\text{Nu} = \frac{\alpha}{\lambda} l \equiv \frac{\alpha}{\lambda} l \frac{\Delta T}{\Delta T} \equiv \frac{\alpha \Delta T}{\frac{\lambda}{l} \Delta T} \equiv \frac{q_c}{q_l}; \quad (1.38a)$$

$$\text{Re} = \frac{wl}{\nu} \equiv \frac{\rho wl}{\mu} \frac{w}{w} \equiv \frac{\rho w^2}{\frac{\mu}{l} w} \equiv \frac{F_{in}}{F_{tr}}; \quad (1.38b)$$

$$\text{Gr} = \beta \frac{gl^3}{\nu^2} \Delta T \equiv \beta \frac{\rho^2 gl^3}{\mu^2} \Delta T \frac{w^2}{w^2} \equiv \frac{\rho w^2 \cdot \beta g \rho l \Delta T}{\left(\frac{\mu}{l} w\right)^2} \equiv \frac{F_{in} F_{ar}}{F_{tr}^2}; \quad (1.38c)$$

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{a} \equiv \frac{\nu}{\frac{\lambda}{\rho c_p}} \equiv \frac{\delta_h}{\delta_T}. \quad (1.38d)$$

Čia: Nu yra Nuselto kriterijus; α yra šilumos atidavimo koeficientas, [W/m²K]; λ yra fluideo šilumos laidžio koeficientas, [W/m K]; l yra būdingas matmuo, [m]; $\Delta T = T_f - T_p$ [K], kaip $T_f > T_p$; q_c yra Niutono dėsnio aprašomas konvekcinio šilumos srauto tankis, [W/m²]; q_l yra Furje dėsnio aprašomas šilumos laidumo srauto tankis, [W/m²]; w yra fluideo tekėjimo vidutinis greitis, [m/s]; ν yra fluideo kinematinės klampos koeficientas, [m²/s]; μ yra fluideo dinaminės klampos koeficientas, [Pa s]; ρ yra fluideo tankis, [kg/m³]; F_{in} yra inercinė jėga, [N]; F_{tr} yra trinties jėga, [N]; F_{ar} yra Archimedo jėga, [N]; β yra fluideo tūrinio plėtimosi koeficientas, [K⁻¹], kuris priklauso nuo fluideo prigimties (dujoms $\beta = 1/T$, o skysčiams parenkamas iš duomenų lentelių pagal skysčio vidutinę temperatūrą); g yra laisvojo kritimo pagreitis, [m/s²]; a yra fluideo temperatūrinis koeficientas,

[m²/s]; c_p yra fluideo savitoji šiluma, [J/(kg K)]; δ_h yra hidrodinaminio pasienio sluoksnio storis, [m]; δ_T yra šiluminio pasienio sluoksnio storis.

Pagal (1.38a) išraišką matosi, jog Nuselto kriterijus fizikine prasme apibrėžia konvekcinio šilumos srauto santykį su laidumo šilumos srautu. Pagal (1.38b) išraišką matosi, jog Reinoldso kriterijus fizikine prasme apibrėžia fluide veikiančių inercinių ir trinties jėgų santykį. Pagal (1.38c) išraišką matosi, jog Grashofo kriterijus fizikine prasme apibrėžia fluide veikiančių inercinių ir Archimedo jėgų sandaugos santykį su trinties jėgų kvadratu. Pagal (1.38d) išraišką matosi, jog Prandtlio kriterijus fizikine prasme apibrėžia hidrodinaminio ir šiluminio sluoksnių storio santykį.

Bendroji kriterinės lygties forma yra būdinga mišrios konvekcijos atveju. Priverstinės konvekcijos atveju bendroji kriterinė (1.37) lygtis įgauna formą:

$$Nu = f(Re Pr). \quad (1.39)$$

Inžinerinėje priverstinės šilumos konvekcijos šilumos atidavimo koeficiento apibrėžimo fluidui aptekant plokščią sienelę praktikoje patogu naudoti kriterinės lygties formą [5]

$$Nu_f = c_1 Re_f^{c_2} Pr_f^{0,25} \left(\frac{Pr_f}{Pr_p} \right)^{0,25} \quad (1.40)$$

Išraiškoje (1.40) indeksai prie „ f “ ir „ p “ kriterijų nurodo pagal kokią temperatūrą reikia parinkti fluideo savybes kriterijuose: indeksas „ f “ reiškia, kad fluideo atitinkamos fizikinės savybės yra parenkamos pagal fluideo T_f temperatūrą; indeksas „ p “ reiškia, kad fluideo atitinkamos fizikinės savybės yra parenkamos pagal paviršiaus T_p temperatūrą. Išraiškoje (1.40) Prandtlio kriterijų Pr_f/Pr_p santykiu yra atsižvelgiama į fizikinių savybių pokyčio šiluminiame pasienio sluoksnyje įtaką konvekciniam šilumos atidavimui (literatūroje galima rasti ir kriterines lygtis, kuriose Pr_f/Pr_p santykis nenaudojamas, o į fizikinių savybių pokyčio įtaką atsižvelgiama jas parenkant pagal būdingą temperatūrą: $T_{parinkimo} = T_p + (1/n)(T_f - T_p)$, kai $n=2$ arba $n=3$). Empiriniai c koeficientai (1.40) išraiškoje apibrėžiami eksperimentiškai ir priklauso nuo fluideo tekėjimo hidrodinaminio režimo, kuris apibrėžiamas Reinoldso kriterijumi. Plokštės aptekėjimo atveju yra ryškūs laminarinis ir turbulentinis tekėjimo režimai, kuriuos išskiria Reinoldso kritinis $Re=10^5$ kriterijus [5]:

$$Nu_f = 0,66 \cdot Re_f^{0,5} Pr_f^{0,33} \left(\frac{Pr_f}{Pr_p} \right)^{0,25}, \text{ kai } Re_f < 10^5; \quad (1.41)$$

$$Nu_f = 0,037 \cdot Re_f^{0,8} Pr_f^{0,43} \left(\frac{Pr_f}{Pr_p} \right)^{0,25}, \text{ kai } Re_f \geq 10^5. \quad (1.42)$$

Kai fluidas apiplauna vertikalus plokščią paviršių laisvuju judesiu (jį iššaukia dėl paviršiaus ir fluideo temperatūrų skirtumo kylančios Archimedo jėgos: kai $T_f > T_p$, tuomet ataušęs fluidas prie paviršiaus teka žemyn; kai $T_p > T_f$, tuomet pašilęs fluidas prie paviršiaus teka aukšтын). Šiuo atveju fluideo laisvojo tekėjimo hidrodinaminis režimas yra apibrėžiamas Grashofo ir Prandtlio kriterijų sandauga išreikštu Railėjaus Ra kriterijumi:

$$Ra_m = Gr_m Pr_m; \quad (1.43)$$

Indeksas „m“ prie kriterijų (1.43) išraiškoje nurodo, jog fizikines savybes kriterijuose reikia parinkti pagal būdingą T_m temperatūrą, kuri prilyginama fluido ir paviršiaus temperatūrų vidurkiui.

Laisvosios konvekcijos atveju šilumos atidavimo terminė $Ra=1/\alpha$ varža apskaičiuojama šilumos atidavimo koeficientą apibrėžus pagal kriterinę lygtį [5]:

$$\begin{aligned} Nu_m &= b \cdot Ra_m^c, \text{ kai } T_m = \frac{T_f + T_p}{2}; \\ b &= 1,18 \text{ ir } c = 0,125, \text{ kai } 10^{-3} < Ra_m < 5 \cdot 10^2; \\ b &= 0,54 \text{ ir } c = 0,25, \text{ kai } 5 \cdot 10^2 \leq Ra_m < 2 \cdot 10^7; \\ b &= 0,135 \text{ ir } c = 0,333, \text{ kai } 2 \cdot 10^7 \leq Ra_m < 10^{13}. \end{aligned} \quad (1.44)$$

1.5 Kompozicinės sienos su oro tarpo sluoksniu šilumokaitos modelis

Kompozicinės sienelės su oro tarpu šilumokaitos savitumą apibrėžia šilumos perdavimas per santykinai mažo storio oro tarpą, kuriame šiluminiai procesai vyksta ribotoje erdvėje. Šiuo atveju pasienio sluoksniai susiformuoja ant priešingų sienelių ir dėl jų artumo yra galimybė jiems susiliesti. Todėl tiesiogiai aukščiau pateiktus ir aptartus šilumokaitos modelius šiuo atveju tiesiogiai taikyti negalima. Šilumos perdavimas per kompozicinę n sluoksnių sienelę, kurios vienas iš vidinių sluoksnių yra su oro tarpu, aprašomas modifikavus (1.35) šilumos perdavimo modelį:

$$q = \frac{T_{f1} - T_{f2}}{R_{a1} + \sum_{j=1}^{n-1} R_{sj} + R_{st} + R_{a2}}; \quad R_{sj} = \frac{L_{sj}}{\lambda_{sj}}; \quad R_{st} = \frac{L_{st}}{\lambda_{st,ef}}. \quad (1.45)$$

Čia: R_{sj} yra kompozicinės sienelės skirtingos medžiagos kieto sluoksnio klasikinė terminė varža, [m^2K/W]; R_{st} yra kompozicinės sienelės sluoksnio su oro tarpu modifikuota terminė varža, [m^2K/W]; L_{st} yra sluoksnio su oro tarpu storis, [m]; $\lambda_{st,ef}$ yra kompozicinės sienelės sluoksnio su oro tarpu efektyvusis šilumos laidžio koeficientas, [$W/(m K)$], kuris išreiškiamas tarpo oro šilumos laidžio $\lambda_{st,a}$ [$W/(m K)$] koeficiento ir konvekcinės pataisos k_c koeficiento sandauga:

$$\begin{aligned} \lambda_{st,ef} &= \lambda_{st,ef} \cdot k_c; \quad k_c = b \cdot Ra_m^c; \\ Ra_m &= Gr_m Pr_m, \text{ kai } T_m = \frac{T_{st1} + T_{st2}}{2}; \quad Gr = \beta \frac{g L_{st}^3}{\nu^2} (T_{st1} - T_{st2}); \\ b &= 1 \text{ ir } c = 0, \text{ kai } Ra_m < 10^3; \\ b &= 0,105 \text{ ir } c = 0,3, \text{ kai } 10^3 \leq Ra_m < 10^6; \\ b &= 0,4 \text{ ir } c = 0,2, \text{ kai } 10^6 \leq Ra_m < 10^{10}. \end{aligned} \quad (1.46)$$

1.6 Medžiagos specifinės šilumos

Specifinė medžiagos šiluma yra matmuo, kiek medžiaga gali energijos sukaupti priklausomai nuo temperatūros. Išskiriamos dvi specifinės medžiagų šilumos, kai šiluma atiduodama arba gaunama esant pastoviam tūriui (izochorinė specifinė šiluma):

$$c_v = \frac{\partial u}{\partial T} \quad (1.47)$$

arba esant pastoviam slėgiui (izobarinė specifinė šiluma):

$$c_p = \frac{\partial h}{\partial T} \quad (1.48)$$

Čia u – vidinė energija mažam suteikta labai mažam dydžiui [J/kg] ir h – entalpija suteikta mažam dydžiui [J/kg]. Kadangi darbe naudojamos medžiagos yra kietos ir dujinės (kartais gali būti naudojama ir skystis) tai kietoms medžiagoms bei skysčiams, kitaip sakant nespūdžiams medžiagoms, c_v ir c_p yra skaitiškai lygūs [4]. Kietų medžiagų specifinė šiluma yra labai silpnai priklausoma nuo temperatūros ir dar mažiau nuo slėgio, todėl darbe naudojama specifinė šiluma kietoms medžiagoms yra priimama nekintanti, t.y. const ir naudojama kaip c_p . Skysčių specifinė šiluma yra dar mažiau priklausoma nuo slėgio, bet yra iš dalies įtakojama temperatūros [4].

Dujų specifinė šiluma priklauso nuo temperatūros ir nuo slėgio, todėl c_v ir c_p yra žymiai skirtingos [3,4]. Priklausomybė nuo slėgio maža ir jos nepaisoma, bet nuo temperatūros – gana didelė ir bendru atveju, kylant darbo kūno temperatūrai, specifinė šiluma didėja [5].

1.7 Paviršiniai vandens ir garo fazinių virsmų procesai

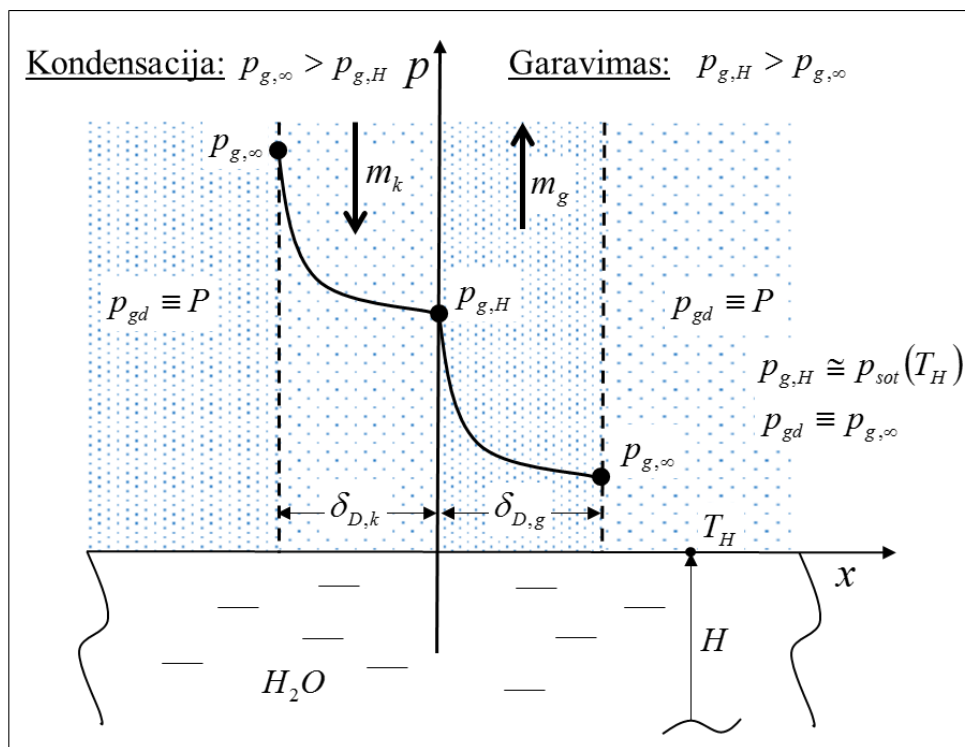
Kadangi elektronikos prietaisai yra eksploatuojama drėgno oro aplinkoje, todėl elektronikos įrenginių paviršiumi ataušus iki rasos taško T_r temperatūros, su paviršiumi kontaktuojančiame ore esantis vandens garas tampa sočiuoju ir prasideda vandens garo paviršinis kondensacijos procesas, kurio metu išsiskiria vandens garo fazinių virsmų šiluma. Drėgnas elektronikos prietaisų paviršius yra palankus koroziniams procesams vykti. Drėgnam paviršiumi pašilus virš rasos taško temperatūros, prasideda jį dengiančio vandens sluoksnio garavimo procesas. Taigi elektronikos prietaisuose (taip pat ir elektronikos dėžėje) kartu su šilumokaitos procesais yra galimi vandens ir jo garo fazinių virsmų procesai, į kuriuos būtina atsižvelgti sudarant energinio balanso lygtis.

Paviršinio vandens garavimo ir garo kondensacijos procesų varančiąją jėgą apibrėžia vandens garo dalinio $p_{g,H}$ [Pa] slėgio kontakto tarp skystosios ir dujinės fazės paviršiuje bei vandens garo dalinio $p_{g,d}$ [Pa] slėgio dujų mišinyje skirtumas (4 pav.): kai $p_{g,H} > p_{g,d}$, tuomet vyksta vandens paviršinis garavimo procesas; kai $p_{g,d} > p_{g,H}$, tuomet H koordinate apibrėžtame tarpfazinio kontakto paviršiuje vyksta garo kondensacijos procesas. Fazinių virsmų energinį potencialą apibrėžia fazinių virsmų šilumos Q_f [W] srautas, kurio q_f [W/m²] tankis apibrėžiamas garo g_g [kg/s] srauto m_g [kg/(m²s)] tankio ir fazinių virsmų L [J/kg] šilumos sandauga:

$$q_f = m_g \cdot L. \quad (1.49)$$

Vandens ir jo garo fazinių virsmų procesai yra glaudžiai susiję su kartu vykstančiais šilumokaitos procesais. Vykstant faziniams virsmams prie tarpfazinio kontakto paviršiaus papildomai susiformuoja δ_h [m] storio difuzinis pasienio sluoksnis, kuriame kondensacijos režime

garo dalinis slėgis sumažėja nuo $p_{g,d}$ [Pa] slėgio iki $p_{g,H}$ [Pa] slėgio (4 pav.), o garavimo režime difuziniame pasienio sluoksnyje garo dalinis slėgis sumažėja nuo $p_{g,H}$ [Pa] slėgio iki $p_{g,d}$ [Pa] slėgio (4 pav.).



4 pav. Paviršinių fazinių virsmų garo kondensacijos ir vandens garavimo procesų fizikinė / geometrinė interpretacija.

Fazinių virsmų procesus visuomet lydi Stefano hidrodinaminis srautas, kuris difuzinį garo srautą garavimo režime sustiprina. Paveiksle pateiktai fazinių virsmų paviršinių procesų fizikinei interpretacijai yra žinomas analitinis garo g_g [kg/s] srauto ir jo m_g [kg/(m²s)] tankio matematinis modelis, kuris sudarytas Stefano formulės difuziniam garavimo atvejui pagrindu ir atsižvelgia ir į Stefano hidrodinaminio srauto įtaką [9]:

$$m_g = \frac{g_g}{A} = \frac{D_{gd} M_{\mu,g}}{T_H \delta_h R_\mu} p \ln \frac{p - p_{g,d}}{p - p_{g,H}} \quad (1.50)$$

Čia: A fazinių virsmų paviršiaus plotas, [m²]; g_g yra A plote susikondensuojančio garo srautas kondensaciniame režime, arba nuo paviršiaus A ploto sklindantis garo srautas garavimo režime, [kg/s]; m_g yra vidutinis garo srauto tankis, [kg/(m²s)]; D_{gd} garo difuzijos dujose koeficientas, [m²/s]; $M_{\mu,g}$ yra garo molekulinė masė, [kg/kmol]; $R_\mu=8314$ yra universali dujų pastovioji (konstanta), [J/(kmol K)]; T_H yra tarpfazinio kontakto paviršiaus temperatūra, [K]; δ_h yra difuzinio sluoksnio storis, [m]; p yra dujų slėgis, [Pa]; $p_{g,d}$ yra vandens garo dalinis slėgis dujų mišinyje, [Pa]; $p_{g,H}$ yra vandens garo dalinis slėgis tarpfazinio kontakto paviršiuje, [Pa]. Garo srauto (1.50) analitinis modelis reikalauja žinomo difuzinio sluoksnio δ_h storio. Tai yra tam tikras neapibrėžtumas,

kadangi difuzinio sluoksnio storis yra daugiafaktorinis parametras ir aiškiai išreikšto jį aprašančio matematinio modelio literatūroje rasti nepavyko. Orientuojantis į plačiai ištyrinėtą išpurkšto skysčio lašelių fazinių virsmų atvejį [10-13], difuzinio sluoksnio storį orientacinei galima priimti lygiu keleto šimtų mikrometrų eilės dydžiu. Aišku. Didesniam patikimumui užtikrinti visuomet yra pageidautina skirtingų garo srauto matematinių modelių rezultatų palyginamoji analizė.

1.8 Kartu vykstančių šilumokaitos ir paviršinių fazinių virsmų procesų modeliavimas elektronikos dėžės sistemoje

Šilumos perdavimo per elektronikos dėžės sienelę jos paviršiuje galimų vandens ir jo garo fazinių virsmų atveju modelis sudaromas apjungus grynojo šilumos perdavimo per kompozicinę plokščią sienelę (1.35) modelį su paviršinio vandens garo srauto (1.50) modeliu. Tam numatoma, kad kompozicinės sienelės išorinį ir vidinį paviršius gali dengti vandens ar garo kondensato plėvelė. Ji elektroninės dėžės eksploatacinėje praktikoje gali susidaryti jas supančiame ore esančio vandens garo kondensacijos procese, kuris prasidės paviršiui ataušus žemiau rasos taško t_{rt} [°C] temperatūros. Išoriniame dėžės paviršiuje vandens plėvelė gali susidaryti ir atmosferinių reiškinių poveikyje. Laikoma, kad vandens (arba vandens garo kondensato) plėvelė apibrėžiama vidutiniu sluoksnio storiumi L_{l1} [m] ir L_{l2} [m] išoriniame ir vidiniame dėžės paviršiuose atitinkamai. Tuomet dėžės siena bendruoju atveju padidėja dviem sluoksniais ir šilumos perdavimo (1.35) lygtis įgauna pavidalą:

$$q = \frac{T_{f1} - T_{f2}}{R_{a1} + R_{l1} + \sum_{j=1}^n R_{sj} + R_{l2} + R_{a2}}; \quad k = \frac{1}{R_{\Sigma}} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{L_{l1}}{\lambda_{l1}} + \sum_{j=1}^n \frac{L_j}{\lambda_j} + \frac{L_{l2}}{\lambda_{l2}} + \frac{1}{\alpha_2}}. \quad (1.51)$$

Čia: n yra kietos sienos sluoksnių skaičius; R_{l1} yra išorinį sienos paviršių gaubiančios vandens plėvelės terminė varža [$\text{m}^2\text{K/W}$]; R_{l2} yra vidinį sienos paviršių gaubiančios vandens plėvelės terminė varža [$\text{m}^2\text{K/W}$]; L_{l1} išorinį sienos paviršių gaubiančios vandens plėvelės vidutinis storis [m]; L_{l2} sienos paviršių gaubiančios vandens plėvelės vidutinis storis [m]; λ_{l1} ir λ_{l2} yra išorinės plėvelės ir vidinės plėvelės vandens šilumos laidžio koeficientai atitinkamai, [$\text{W}/(\text{m K})$]; kiti žymėjimai kaip ir formulėje (1.35). Šilumos atidavimo terminių varžų apskaičiavimo metodika nesikeičia. Skaičiavimas taip pat reikalauja iteracinės schemas. Pagrindinė specifika yra susijusi su tuo, jog paviršiniai fazinių virsmų procesai prilygsta papildomų energijos šaltinių egzistavimui, kurie kondensacijos atveju išskiria papildomą fazinių virsmų srautą, o garavimo atveju tarsi sugeria fazinių virsmų šilumos srautą, aprašomą (1.49) išraiška. Todėl išorinio tarpfazinio kontakto paviršiaus temperatūra T_{l1} [K] ir vidinio tarpfazinio kontakto paviršiaus temperatūra T_{l2} [K] nusistovi savitai, kad užtikrintų papildomą šilumos srautų atitinkamame tarpfazinio kontakto paviršiuje balanso sąlygą, kuri reikalauja pritekančių ir nutekančių bei išsiskiriančių/sugeriamų šilumos srautų atitikimo, kurį galima apibrėžti bendruoju atveju vektorinėmis lygtimis:

$$\begin{aligned} \vec{q}_{c1} + \vec{q}_{f1} + \vec{q}_{l1} &= 0; \\ \vec{q}_{c2} + \vec{q}_{f2} + \vec{q}_{l2} &= 0; \end{aligned} \quad (1.52)$$

Kiekvienu atveju konkretizuojant formalią balanso tarpfazinio kontakto paviršiuose lygčių (1.52) sistemą, tenka atsižvelgti į paviršius apiplaunančio fluideo T_{f1} ir T_{f2} temperatūras bei įvertinti paviršinių fazinių virsmų režimą (vykstančių fazinių virsmų šilumos srauto kryptį apibrėžia garo srautas, kuris apskaičiuotas pagal (1.50) modelį kondensaciniame režime yra neigiamas parametras, o garavimo režime yra teigiamas parametras). Pvz. tuo atveju, kai $T_{f1} > T_{f2}$ ir išoriniame paviršiuje vyksta vandens garavimas, o vidiniame paviršiuje vyksta dėžėje esančio vandens garo kondensacija, (1.52) lygčių sistema įgaus pavidalą:

$$\begin{aligned} \frac{T_{f1} - T_{l1}}{R_{a1}} - m_{g,l1} L_{l1} - \frac{T_{l1} - T_{p,1}}{R_{l1}} &= 0; \\ \frac{T_{p,n} - T_{p,n+1}}{R_{sn}} - m_{g,l1} L_{l1} - \frac{T_{p,n+1} - T_{f2}}{R_{a2}} &= 0. \end{aligned} \tag{1.53}$$

Todėl šiuo atveju iteracinis skaičiavimo algoritmas yra sudėtingesnis, kadangi po kiekvienos iteracijos dar reikalinga papildoma kontrolė, ar apskaičiuotosios T_{l1} ir T_{l2} temperatūros tenkina kiekvienam šilumos perdavimo atvejui būdingą (1.53) balanso lygčių sistemą.

2. Pereinamieji pernašos procesai elektronikos dėžės sistemoje

Elektronikos dėžės eksploatacijos metu vyrauja pereinamieji šilumokaitos ir fazinių virsmų procesai. Juos iššaukia kraštinių ŠMM sąlygų kitimas, kurį apibrėžia eilė objektyvių eksploatacinių faktorių. Juos jau dalinai minėjome anksčiau. Pagrindiniais galima įvardinti dėžę supančios aplinkos oro ir oro dėžėje parametrų galimą kitimą.

Elektronikos dėžę supančios aplinkos (dažnai atmosferinio oro) parametrus apibrėžia atmosferiniai reiškiniai (oro temperatūros ir drėgnumo sezoninis kitimas ir kitimas paroje, galimas rūko, lietaus ar sniego poveikis, vėjuotumo ir saulės apšvietimo lygmens kitimas ir t.t. tuomet, kai dėžė eksploatuojama atmosferiniame ore). Elektronikos dėžės išorinio fluideo parametrų kitimą gali apibrėžti ir technologinis procesas tuomet, kai dėžė eksploatuojama konkrečios technologijos atveju. Šiuo atveju kintantis technologinis režimas iššaukia pereinamuosius pernašos procesų režimus.

Dėžės oro temperatūrinį režimą pagrinde apibrėžia šilumos nuostoliai į aplinką arba šilumos pritekėjimas iš aplinkos. Kaip papildomas faktorius gali būti reikšmingu dėžėje esančių elektronikos prietaisų išskiriamos šilumos srautas. Galima išskirti du būdingus elektronikos dėžės sistemos pereinamuosius režimus.

Pirmasis pereinamojo režimo atvejis yra susietinas su tam tikrą laiką jau buvusią stabilioje termodinaminėje pusiausviroje dėžę (stabilia termodinamine būseną laikytinas atvejis, kuomet dėžės sistema yra pasiekusi buvusios aukštesnė temperatūros fluidui būdingą izotermiņę būseną) apiplaunančio fluideo temperatūros pokyčiu. Tuomet elektroninė dėžė pereinamuoju šilumokaitos režime siekia pereiti į naują stabilios termodinaminės pusiausviros būseną, kurią apibrėžia aplinkos fluideo temperatūra. Šis pereinamasis atvejis būdingas, kai šilumos išsiskyrimas dėžės viduje nėra reikšmingas, o pakitusi išorės aplinkos temperatūra kurį tai laiką išlieka stabilia.

Antrasis pereinamasis režimas yra sietinas su dėžės stacionariosios šilumokaitos atveju, kuriame nusistovėjusią stabilią neizotermišką būseną (ją apibrėžė būdingos fluidų ir sienelės paviršių temperatūros bei šilumos nuostolių/pritekėjimo srautas) išbalansuoja ryškiai padidėjęs elektronikos prietaisų šilumos išskyrimas, staiga pakitusi išorinės aplinkos fluideo temperatūra arba staiga prasidėję paviršiniai fazinių virsmų procesai (garo kondensacija ar vandens plėvelės garavimas, kurie energiniu požiūriu traktuotini kaip šilumą išskiriantys arba sugeriantys atitinkamai paviršiniai šilumos šaltiniai).

Būtina pabrėžti, jog yra svarbus elektronikos dėžės sistemos realios šilumokaitos procesų egzistuojant tūriniam ar paviršiniams modeliavimo savitumas, kuris susijęs su tuo, jog iškyla poreikis atsižvelgti į pereinamuosius pernašos procesų režimus. Pereinamiesiems šilumokaitos režimams apibrėžti pernašos procesų kvazistacionarumo teorijos rėmuose (laikoma, kad pereinamųjų procesų momentinis greitis atitinka stacionariojo proceso greičiui, kai momentinės kraštinės sąlygos yra identiškos) gali būti kūrybingai pritaikyti anksčiau pirmajame skyriuje pateikti stacionariojo šilumos perdavimo per plokščią sienelę modeliai ir jau aptartos jų skaitinio realizavimo iteracinės schemas. Aišku, yra būtina atsižvelgti į elektroninės dėžės konkretaus šilumos ir fazinių virsmų procesų atvejo savitumą ir kraštinių ŠMM sąlygų formulavimo specifiką. Šių faktorių įvertinimui svarbu disponuoti atraminiumi modeliavimui pereinamosios šilumokaitos modeliu. Juo svarbu disponuoti sienelės grynosios šilumokaitos pereinamojo režimo atveju ir sienelės pereinamosios šilumokaitos kartu su paviršiniais faziniais virsmais atveju. Juos aptarsime detaliau.

2.1. Plokščios sienelės šilumokaitos pereinamųjų procesų modeliavimo atraminiai atvejai

Elektroninės dėžės sistemos šilumokaitos ir fazinių virsmų pereinamųjų procesų matematinis modelis ir jo skaitinio sprendimo algoritmas priklausys nuo dėžės sienelės geometrinių charakteristikų, vykstančių paviršinių fazinių virsmų procesų bei kraštinių sąlygų formulavimo savitumo. Svarbūs yra paprasčiausių atvejų atraminei matematiniai modeliai ir jų aiškios skaitinio sprendimo iteracinės schemas. Šie atraminių modelių ir jų skaitinių schemų pagrindu galima sudaryti sudėtingesnių pereinamosios šilumokaitos atvejų apibrėžimo metodiką. Atraminiais modeliais gerai tinka vieno sluoksnio sienelės šilumokaitos pereinamojo režimo modeliai grynosios šilumokaitos ir sudėtinės šilumokaitos su paviršiniais faziniais virsmais atvejai.

2.1.1. Plokščios sienelės šilumokaitos pereinamųjų procesų atraminis modelis

Analizuojamas šilumos perdavimo per plokščią vieno sluoksnio apibrėžtų geometrinių parametru elektronikos dėžės sienelę atvejis. Vienareikšmiškumo sąlygos formuluojamos žinomoms atmosferinio oro ir oro dėžėje temperatūroms T_{f1} ir T_{f2} atitinkamai. Šilumos atidavimo bei sienelės terminėms varžoms R_{a1} , R_{a2} ir R_s atitinkamai apskaičiuoti pagal anksčiau pirmajame skyriuje aptartus modelius reikalingi parametrai laikomi vienareikšmiškai apibrėžtais. Formuluojant kraštinėse sąlygas numatoma, kad atmosferinio oro temperatūra staiga pakinta (sumažėja/išauga) apibrėžtu ΔT_{f1} pokyčiu, o oro dėžėje temperatūros kitimą aprašančią $T_{f2}(\tau)$ funkciją apibrėžia vidinio šilumos atidavimo procesas, iššaukiantis šilumos nuostolių Q_{a2} [W] srautą į vidines A_2 [m²] ploto sienelės. Tuomet vienareikšmiškumo sąlygos apibrėžiamos taip:

$$\begin{aligned}
T_{f1}(\tau=0) &= T_{f1,0}; \quad T_{f2}(\tau=0) = T_{f2,0}; \\
T_{f1}(\tau) &= T_{f1,0} + \Delta T_{f1}; \quad \text{arba } T_{f1}(\tau) = T_{f1,0} - \Delta T_{f1}, \text{ kai } \Delta T_{f1}[\tau] = \text{const}; \\
T_{f2}(\tau) &= T_{f2,\tau} = f(Q_{a2}); \quad Q_{a2} = \sum_{is=1}^6 A_{2,si} q_{a2,si}.
\end{aligned} \tag{1.54}$$

Oro dėžėje aušimo/šilimo procesas aprašomas tiesine diferencialine lygtimi, kuri sudaroma dėžės oro H_2 [J] entalpijos kitimą (aprašo energijos tvermės dėsnis) susiejant su vidinėms sienelėms atiduodamu arba jų suteikiamu šilumos Q_{a2} [W] srautu (aprašo šilumos atidavimo Niutono dėsnis):

$$\frac{dH_2}{d\tau} = \frac{d(V_2 \rho_2 c_{p,2} T_{f2})}{d\tau}; \quad Q_{a2} = \sum_{is=1}^6 A_{2,si} q_{a2,si}; \tag{1.55}$$

$$\frac{dH_2}{d\tau} = Q_{a2}; \quad \frac{d(V_2 \rho_2 c_{p,2} T_{f2})}{d\tau} = \sum_{si=1}^6 A_{2,si} \frac{T_{p2,si} - T_{f2}}{R_{a2,si}}. \tag{1.56}$$

Diferencialinės (1.56) lygties analitinis sprendinys neįmanomas dėl konvekcinio šilumos srauto neapibrėžtumo (jis tiesiogiai susijęs su šilumos perdavimo uždavinio sprendiniu, kuris, kaip jau aptarta stacionariosios šilumokaitos atveju, pasiekiamas tik pagal iteracinę skaitinę schemą). Todėl (1.56) lygčiai išspręsti pritaikomas kombinuotas analitinio ir skaitinio sprendimo metodas. Tam numatoma laiko skalės $\tau=0 \rightarrow \tau_\infty$ intervalas ($\tau=0$ sutapatinama su aplinkos fluideo $T_{f1,0}$ temperatūros pokyčio laiko momentu, o $\tau=\tau_\infty$ sutapatinamas su pereinamojo šilumokaitos režimo pabaigos laiko momentu, kuris apibrėžiamas baigtiniu $\tau_\infty = \tau_I$ [s] laiku. Taigi, pereinamieji šilumokaitos procesai modeliuojami baigtiniame laiko kitimo $\tau=0 \rightarrow \tau_I$ intervale, kuriame pastoviu $\Delta\tau$ [s] žingsniu išskiriami kontroliniai τ_i laiko momentai:

$$\tau_{i>1} = \tau_{i-1} + \Delta\tau; \quad \sum_{i=2}^I (\tau_i - \tau_{i-1}) = \tau_I \tag{1.57}$$

Tuomet laisvai parinktame laiko intervale nuo τ_{i-1} iki τ_i įvedami būdingi vidutiniai šilumokaitos parametrai ir diferencialinė (1.56) lygtis pertvarkoma į integralinę išraišką:

$$V_2 \bar{\rho}_{2,i} \bar{c}_{p,2,i} \int_{T_{f2,i-1}}^{T_{f2}} dT_{f2} = \sum_{si=1}^6 \frac{A_{2,si}}{\bar{R}_{a2,si}} (\bar{T}_{p2,si,i} - \bar{T}_{f2,i}) \Big|_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} \tag{1.58}$$

Apibrėžtiniai integralai (1.58) lygtyje lengvai išsprendžiami analitiškai. Kiekviename laiko $\Delta\tau_{i>1} = \tau_i - \tau_{i-1}$ intervale visi pereinamosios šilumokaitos proceso P_{i-1} parametrai ir dėžės oro temperatūra $T_{f2,i-1}$ laikomi τ_{i-1} momentui žinomais). Laikui τ_i numatoma, kad visi pereinamosios šilumokaitos proceso P_i parametrai ir dėžės oro $T_{f2,i}$ temperatūra bus apibrėžiama skaitiškai pagal susietas iteracines schemas. Momentinę dėžės oro $T_{f2,i}$ temperatūrą numatoma apibrėžti iteraciniame $it=1 \rightarrow IT$ cikle (čia it yra nuosekliai, pradedant nuo 1-osios, vykdomos iteracijos numeris, kurioje apskaičiuojama $T_{f2,i,it}$ temperatūra; IT yra vykdomo iteracinio ciklo dėžės oro temperatūrai $T_{f2,i}$ apibrėžti baigiamoji iteracija (joje užtikrinama numatyta kontrolinė sąlyga iteraciniam ciklui baigti). Oro dėžėje $T_{f2,i}$ temperatūra laiko τ_i momentui prilyginama baigiamąjoje

iteracijoje apskaičiuotajai $T_{f2,i}=T_{f2,i,IT}$ temperatūrai. Kiekvienoje vykdomoje it iteracijoje $T_{f2,i, it}$ temperatūra apskaičiuojama pagal skaitinę schemą:

$$\begin{aligned}
 T_{f2,i, it} &= T_{f2,i-1} + \frac{\Delta\tau}{V_2 \bar{\rho}_{2,i, it} \bar{c}_{p,2,i, it}} \sum_{si=1}^6 \frac{A_{2,si}}{\bar{R}_{a2,si,i, it}} (\bar{T}_{p2,si,i, it} - \bar{T}_{f2,i, it}); \\
 \bar{T}_{f2,i, it} &= 0,5(T_{f2,i-1} + T_{f2,i, it, u}); \quad \bar{T}_{p2,si,i, it} = 0,5(T_{p2,si,i-1} + T_{p2,si,i, it}); \\
 \bar{c}_{p,2,i, it} &= 0,5[c_{p2,i-1} + c_{p2,i, it}(T_{f2,i, it, u})]; \quad \bar{\rho}_{2,i, it} = 0,5[\rho_{2,i-1} + \rho_{2,i, it}(T_{f2,i, it, u})]; \\
 \bar{R}_{a2,si,i, it} &= 1/\bar{\alpha}_{2,si,i, it}.
 \end{aligned} \tag{1.59}$$

Čia: $T_{f2,i}$ yra iteracinio $it \equiv 1 \rightarrow IT$ ciklo baigiamojoje IT iteracijoje apskaičiuotajai temperatūrai prilyginta $T_{f2,i}=T_{f2,i,IT}$ temperatūrai, [K]; $T_{f2,i, it}$ yra it iteracijoje apskaičiuotoji momentinė oro dėžėje temperatūra, K; $\bar{T}_{f2,i, it}$ yra it iteracijai apibrėžta laiko $\Delta\tau_{i>1}=\tau_i-\tau_{i-1}$ intervale buvusi oro dėžėje vidutinė temperatūra, K; $T_{f2,i, it, u}$ yra it iteracijai parinkta momentinė oro dėžėje temperatūra, K, kuri prilyginama prieš tai buvusioje iteracijoje apskaičiuotajai $T_{f2,i, it-1}$ temperatūrai, [K] (pirmajai $it=1$ iteracijai parenkama laisvai); A_2 yra elektronikos dėžės sienelių vidinio paviršiaus plotas, m^2 ; $A_{2,si}$ yra elektronikos dėžės si sienelės vidinio paviršiaus plotas, m^2 ; si yra elektronikos dėžės sienelės numeris (dažniausia si kinta nuo 1 iki 6, kaip ir šiuo atveju yra numatyta); V_2 yra elektronikos dėžės vidinis tūris, apibrėžiantis dėžės oro tūrį, m^3 ; $\Delta\tau$ yra parinktas laiko kitimo žingsnis $\tau \equiv 0 \rightarrow \tau_I$ laiko skalėje, s; τ yra laiko koordinatė, s; τ_i yra momentinis laikas, s; $\bar{\rho}_{2,i, it}$ yra laiko $\Delta\tau_{i>1}=\tau_i-\tau_{i-1}$ intervale dėžės oro vidutinis tankis, kg/m^3 , apibrėžiamas pagal $\bar{T}_{f2,i, it}$ temperatūrą; $\bar{c}_{p,2,i, it}$ yra laiko $\Delta\tau_{i>1}=\tau_i-\tau_{i-1}$ intervale dėžėje oro vidutinė savitoji šiluma, J/(kg K), apibrėžiama pagal $\bar{T}_{f2,i, it}$ temperatūrą; $\bar{R}_{a2,si,i, it}$ yra laiko $\Delta\tau_{i>1}=\tau_i-\tau_{i-1}$ intervale it iteracijai pateikta apskaičiuotoji šilumos atidavimo si sieniei vidutinė terminė varža, $m^2 K/W$; $\bar{\alpha}_{2,si,i, it}$ yra laiko $\Delta\tau_{i>1}=\tau_i-\tau_{i-1}$ intervale it iteracijai pateiktas apskaičiuotas vidutinis šilumos atidavimo si sieniei koeficientas, W/($m^2 K$). $T_{p2,si,i, it}$ yra it iteracijai pateikta apskaičiuota momentinė si sienelės vidinio paviršiaus temperatūra, K;

Skaitinės (1.59) schemas korektiškumui patikrinti pravedama dimensinė kontrolė:

$$\begin{aligned}
 T_{f2,i, it} &= T_{f2,i-1} + \frac{\Delta\tau}{V_2 \bar{\rho}_{2,i, it} \bar{c}_{p,2,i, it}} \sum_{si=1}^6 \frac{A_{2,si}}{\bar{R}_{a2,si}} (\bar{T}_{p2,si,i, it} - \bar{T}_{f2,i, it}); \\
 [K] &\equiv [K] + \left[\frac{s}{m^3 \frac{kg}{m^3} \frac{J}{kg K}} \frac{m^2}{m^2 K} (K - K) \equiv K \right].
 \end{aligned} \tag{1.60}$$

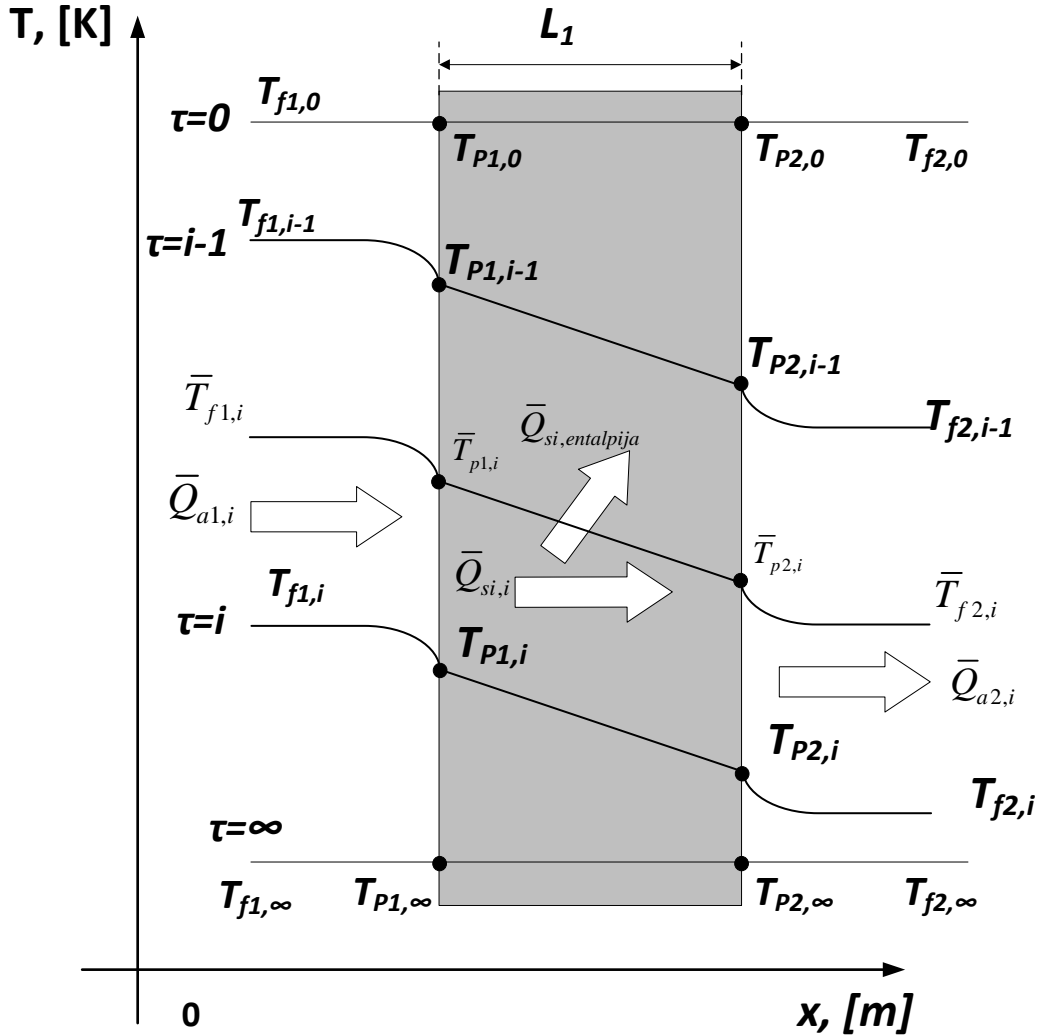
Vykdomo iteracinio $it \equiv 1 \rightarrow IT$ ciklo momentinei dėžės oro $T_{f2,i}$ temperatūrai apibrėžti eilinei it iteracijai atlikti būtinus/reikalingus $T_{p2,si,i,it}$, $\bar{R}_{a2,i,it}$ ir $\bar{\alpha}_{2,si,i,it}$ šilumos atidavimą vidinei sienelei apibrėžiančius parametrus numatoma kiekvienai it iteracijai apibrėžti papildomame iteraciniame $it1 \equiv 1 \rightarrow IT1$ cikle, skirtame laiko intervale nuo τ_{i-1} iki τ_i vykusiam šilumos perdavimo procesui tarp T_{f1} ir T_{f2} fluidų apibrėžti. Šiam šilumos perdavimo uždaviniui išspręsti pritaikomas toks pat iteracinio sprendimo algoritmo principas, kaip ir jau anksčiau aptartų stacionaraus šilumos perdavimo per plokščią sienelę uždavinių atvejais. Tačiau šiuo pereinamojo šilumokaitos režimo atveju, iteracinėje schemoje būtina įvesti tam tikras korekcijas, kuriomis tenka atsižvelgti į šilumos srautų balanso dėžės sienelės sluoksniuose pereinamajame šilumokaitos režime savitumą.

Esminis skirtumas, palyginus su stacionariojo šilumos perdavimo atveju (jame visuose šilumos perdavimo tarp fluidų tarpiniuose šilumokaitos procesuose prateka vienodas šilumos srautas), yra tas, kad pereinamojo šilumokaitos režimo atveju šilumos atidavimo sienelės vidiniame ir išoriniame paviršiuose srautas ir pro sienelę pratekantis srautas gali būti saviti, t. y. nebūtinai tarpusavyje lygūs. Tai susiję su dėžės oro temperatūros kitimu ir sienelės šilimo/aušimo procesu. Jei sienelė aušta, tai į ją įtekėjęs šilumos srautas yra sustiprinimas sienelės entalpijos sumažėjimui proporcingu šilumos srautu. Jei sienelė šyla, tuomet į ją įtekėjusio šilumos srauto dalis yra panaudojama šylančios sienelės entalpijai didinti. Todėl šiuo atveju per sienelę praleistas šilumos srautas sumažėja proporcingai jos entalpijos išaugimą užtikrinančiu šilumos srautu.

Taigi, pereinamosios šilumokaitos atveju skaitiškai analizuojamas šilumos perdavimo per elektronikos dėžės sienelę uždavinys privalo būti suderintas su oro dėžėje temperatūros pokyčio (1.59) modeliu, t. y. šilumos atidavimo ir šilumos laidumo sienelėje srautų balansas turi būti analizuojamas laiko $\Delta\tau_{i>1} = \tau_i - \tau_{i-1}$ intervaluose nuosekliai, pradedant nuo $i=2$ atvejo.

Pereinamosios šilumokaitos laisvai parinktame $\Delta\tau_{i>1}$ laikotarpyje procesui apibrėžti sudaroma jų geometrinės interpretacijos schema vieno sluoksnio sienelei (5 pav.). Išlaikomas stacionaraus perdavimo schemas (3 pav.) principas, tačiau papildomai atsižvelgiama į atmosferinio oro temperatūros šuolį ir iš anksto lengvai nuspėjamą kokybinį oro dėžėje temperatūros kitimą (šiuo atveju nuoseklų ataušimą iki pakitusios atmosferinio oro temperatūros), kartu įvertinant šilumos srautų sienelės sluoksnyje savitumą (5 pav.).

Sudarant pereinamųjų šilumokaitos procesų matematinį modelį numatoma, kad jis bus $\Delta\tau_{i>1}$ laikotarpiui išspręstas skaitiškai pagal $it1 \equiv 1 \rightarrow IT1$ iteracine skaitine schema grindžiamą algoritmą, kuriame bus išlaikytas oro temperatūros dėžėje kitimą apibrėžiančiai (1.59) skaitinei schemai numatytas laiko kitimo $\Delta\tau_i = \tau_i - \tau_{i-1} = const$ žingsnis. Visi elektronikos dėžės pereinamosios šilumokaitos proceso parametrai laiko τ_{i-1} momentui laikomi apibrėžtais.



5 pav. Vieno sluoksnio auštančios elektronikos dėžės sienelės pereinamų šilumokaitos procesų geometrinė interpretacija

Tarpinį iteracinį $it \equiv 1 \rightarrow ITI$ ciklą teks įvykdyti kiekvienos pagrindinio iteracinio $it \equiv 1 \rightarrow IT$ ciklo it iteracijos pradžioje, atsižvelgus į it iteracijai parinktą/užsiduotą oro dėžėje $T_{f2,i,it,u}$ temperatūrą. Todėl šilumos perdavimo proceso kraštinės sąlygos laiko kitimo $\Delta\tau_i$ intervale apibrėžiamos sienelės žinomais parametrais (storis, plotas, tūris, fizikinės savybės) bei išorinį ir vidinį paviršius apiplaunamų fluido vidutinėmis $T_{f1,m}$ ir $T_{f2,m}$ temperatūromis, kurios bendruoju atveju kiekvienai it iteracijai gali būti individualios. Modeliuojamu pereinamosios šilumokaitos atveju elektronikos dėžės aplinkos temperatūra laiko $\tau=0 \rightarrow \tau_l$ intervale išlieka pastovia, o momentinė $T_{f2,m}$ temperatūra $\Delta\tau_i$ laikotarpiui kiekvienai it iteracijai apibrėžiama pagal dėžės oro $T_{f2,i-1}$ ir $T_{f2,i,it,u}$ temperatūras:

$$T_{f1,m,i} = \frac{T_{f1,i-1} + T_{f1,i}}{2} = T_{f1,0} - \Delta T_{f1}; T_{f2,m,i} = \frac{T_{f2,i-1} + T_{f2,i,it,u}}{2}, \text{ kai } \frac{\partial T(\tau, x)}{\partial \tau} = 0. \quad (1.61)$$

Tarpiniame iteraciniame $it1 \equiv 1 \rightarrow IT1$ cikle numatoma apibrėžti pagrindinio $it \equiv 1 \rightarrow IT$ ciklo vykdomai it iteracijai parinktosios oro dėžėje $T_{f2,i,it,u}$ temperatūros atvejui atitinkančius $\Delta\tau_{i>1}$ laikotarpyje vykusio šilumos perdavimo proceso energinius parametrus (šilumos atidavimo vidutiniai $Q_{a1,i}$ ir $Q_{a2,i}$ srautai [W] išoriniame ir vidiniame paviršiuje atitinkamai bei $\Delta\tau_i$ laikotarpiu atiduoti šilumos $Q_{J,a1,i}$ ir $Q_{J,a2,i}$ kiekiai [J]) ir terminius parametrus (sienelės išorinio ir vidinio paviršiaus vidutinės $T_{p1,m,i}$ ir $T_{p2,m,i}$ temperatūros [K] atitinkamai, bei šių paviršių momentinės $T_{p1,i}$ ir $T_{p2,i}$ temperatūros [K] atitinkamai).

Sudarant $\Delta\tau_i = \tau_i - \tau_{i-1}$ [s] laikotarpiu vykusio šilumos perdavimo pereinamųjų procesų energinį balansą sienelės paviršių vidutinės temperatūros laikomos apibrėžtomis (jas tenka kiekvienai iteracinio $it1 \equiv 1 \rightarrow IT1$ ciklo $it1$ iteracijai prilyginti užsiduotosioms $T_{p1,m,i,it1,u}$ ir $T_{p2,m,i,it1,u}$ temperatūroms) ir atsižvelgiama į sienelės entalpijos ΔH_i pokytį.

Sienelės išorinio paviršiaus aplinkos orui atiduodamos šilumos Q_{a1} srautas yra lygus per sienelę pratekančiam šilumos Q_{si} srautui ir jis yra aprašomas pagal Niutono šilumos atidavimo dėsnį (taip pat kaip ir stacionariosios šilumokaitos atveju):

$$Q_{a1,i} = A_{si} q_{a1,i} = A_{si} \alpha_{1,i} (T_{p1,m,i} - T_{f1}) = A_{si} \frac{T_{p1,m,i} - T_{f1}}{R_{a1,i}} = Q_{si,i}, [\text{W}]. \quad (1.62)$$

Šilumos atidavimo koeficientas ir šilumos atidavimo terminė varža (1.62) išraiškoje apibrėžiami pagal stacionariosios šilumokaitos atvejui aptartu panašumo terijos principu, tinkančią kriterinę lygtį Nuselto kriterijui apskaičiuoti parinkus pagal išorinės konvekcijos turimą atvejį.

Tuomet apskaičiuojamas $\Delta\tau_i$ laikotarpiu aplinkos orui atiduotas šilumos $Q_{J,a1}$ kiekis (tinkamai apibrėžtų sienelės paviršių temperatūrų atveju, jis yra lygus pro sienelę pratekėjusiam šilumos $Q_{J,si}$ kiekiui):

$$Q_{J,a1,i} = Q_{a1,i} \cdot (\tau_i - \tau_{i-1}), [\text{J}]; Q_{J,a1,i} = Q_{J,si,i}. \quad (1.63)$$

Aprašyti per sienelę pratekančią šilumos srautą pagal klasikinį šilumos laidumo Furje dėsnį šiuo atveju tiesiogiai negalima, kadangi papildomai tenka atsižvelgti į auštančios sienelės entalpijos pokyčiui proporcingą šilumos srautą. Todėl pradžioje sudaromas $\Delta\tau_i$ laikotarpiu pro sienelę pratekėjusios šilumos balansas (pratekęs šilumos kiekis atitinka dėžės oro atiduotam šilumos kiekiui ir sienelės entalpijos pokyčio apibrėžtam šilumos kiekiui):

$$\begin{aligned} Q_{J,si,i} &= Q_{J,a2,i} + (H_{si,i-1} - H_{si,i}), [\text{J}]; H_{si} = M_{s1} h_{si} = V_{si} \rho_{si} c_{p,si} T_{si,m}, [\text{J}]; \\ \Delta H_{si,i} &= M_{s1} (c_{p,si,i-1} T_{si,m,i-1} - c_{p,si,i} T_{si,m,i-1}), [\text{J}]; \\ T_{si,m,i-1} &= \frac{T_{p1,i-1} + T_{p2,i-1}}{2}; T_{si,m,i} = \frac{T_{p1,i} + T_{p2,i}}{2}. \end{aligned} \quad (1.64)$$

Tuomet apskaičiuojamas pro sienelę $\Delta\tau_i$ laikotarpiu pratekėjusios šilumos Q_{si} srautas:

$$Q_{si,i} = \frac{Q_{J,si,i}}{\tau_i - \tau_{i-1}} = Q_{a2,i} + \frac{\Delta H_{si,i}}{\tau_i - \tau_{i-1}}, [\text{W}]. \quad (1.65)$$

Apibrėžiama sienelės modifikuota terminė varža ir šilumos srauto tankis aprašomas pagal šilumos laidumo modifikuotą Furje dėsnį:

$$R_{si,i,mod} = A_{si} \frac{T_{p2,m,i} - T_{p1,m,i}}{Q_{a2,i} + M_{s1} \frac{c_{p,si,i-1} T_{si,m,i-1} - c_{p,si,i} T_{si,m,i}}{\tau_i - \tau_{i-1}}}, \left[\frac{m^2 K}{W} \right]. \quad (1.66)$$

$$q_{si,i} = \frac{T_{p2,m,i} - T_{p1,m,i}}{R_{si,i,mod}}, \left[\frac{W}{m^2} \right].$$

Sienelės išorinio paviršiaus aplinkos orui atiduodamos šilumos Q_{a1} srautas yra lygus per sienelę pratekančiam šilumos Q_{si} srautui ir jis yra aprašomas pagal Niutono šilumos atidavimo dėsnį (taip pat kaip ir stacionariosios šilumokaitos atveju):

$$Q_{a1,i} = A_{si} q_{a1,i} = A_{si} \alpha_{1,i} (T_{p1,m,i} - T_{f1}) = A_{si} \frac{T_{p1,m,i} - T_{f1}}{R_{a1,i}} = Q_{si,i}, [W]. \quad (1.62)$$

Šilumos atidavimo koeficientas ir šilumos atidavimo terminė varža (1.62) išraiškoje apibrėžiami pagal stacionariosios šilumokaitos atvejui aptartu panašumo terijos principu, tinkančią kriterinę lygtį Nuselto kriterijui apskaičiuoti parinkus pagal išorinės konvekcijos turimą atvejį.

Tuomet apskaičiuojamas $\Delta\tau_i$ laikotarpiu aplinkos orui atiduotas šilumos $Q_{J,a1}$ kiekis (tinkamai apibrėžtų sienelės paviršių temperatūrų atveju, jis yra lygus pro sienelę pratekėjusiam šilumos $Q_{J,si}$ kiekiui):

$$Q_{J,a1,i} = Q_{a1,i} \cdot (\tau_i - \tau_{i-1}), [J]; Q_{J,a1,i} = Q_{J,si,i}. \quad (1.63)$$

Būdingos temperatūros patikslinamos po kiekvienos iteracijos pagal schemą:

$$T_{p2,m,it} = T_{f2,m,it} - q_{a2,it} R_{a2}; \quad (1.65)$$

$$q_{s2,h2} = \frac{M_{s2}}{\Delta\tau} (h_{s2,i-1} - h_{s2,i}); \quad q_{s2,h2} = \frac{M_{s2}}{\Delta\tau} \left(c_{p,s2,i-1} \frac{T_{p2,i-1} + T_{k,i-1}}{2} - c_{p,s2,i} \frac{T_{p2,i} + T_{k,i}}{2} \right); \quad (1.66)$$

$$T_{k,m,it} = T_{p2,m,it} - q_{s2} \cdot R_{s2}; \quad q_{s2} = q_{a2} + q_{s2,h2};$$

$$q_{s1,h1} = \frac{M_{s1}}{\Delta\tau} (h_{s1,i-1} - h_{s1,i}); \quad q_{s1,h1} = \frac{M_{s1}}{\Delta\tau} \left(c_{p,s1,i-1} \frac{T_{p1,i-1} + T_{k,i-1}}{2} - c_{p,s1,i} \frac{T_{p1,i} + T_{k,i}}{2} \right); \quad (1.67)$$

$$\begin{cases} T_{p1,m,it} = T_{k,m,it} - q_{s1} \cdot R_{s1}; & q_{s1} = q_{s2} + q_{s1,h1}; \\ T_{p1,m,it} = T_{f1,m,it} - q_{s1} \cdot R_{s1} \end{cases}$$

Literatūra

1. M.P. Vukalovitch. Thermodynamics properties of water and steam. 1958, Berlin: VEB Verlag Technik.
2. Kraus, A. D. and A. Bar-Cohen. 1983. Book in Thermal Analysis and Control of Electronic Equipment. Washington, D.C.: Hemisphere.
3. Frank P. Incropera. Fundamentals of Heat and Mass Transfer, 6th edition, ISBN: 9780471457282, published Hoboken, N.J : John Wiley, 2007.
4. Jesper Hattel, Fundamentals of Numerical Modelling of Casting Processes, 1 edition, Denmark, 2005, Polyteknisk Forlag, Chap. 3.
5. G. Gimbutis, K. Kajutis, V. Krukoniš, A. Pranckūnas, P. Švenčianas. Šiluminė technika, Vilnius "Mokslas" 1983. ISBN 5-420-00751-7.
6. Ashim K. Datta, Biological and Bioenvironmental Heat and Mass Transfer, New York, 2002.
7. M. Barink, A. Mavinkurve, J. Janssen, "Predicting non-Fickian moisture diffusion in EMCs for application in micro-electronic devices", Microelectronics reliability 62 (2016) 45-49.
8. Buck Research Instruments LLC, Model CR-1A hygrometer with autofill operating manual, Application 1 (2010).
9. N.A. Fuchs. Evaporation and droplet growth in gaseous media. 1959, London: Pergamon Press.
10. William A. Sirignano. Fluid Dynamics and Transport of Droplets and Sprays. 2000, Cambridge University Press.
11. S.S. Shazin. Droplets and Sprays. 2014, Heidelberg: Springer.
12. G. Miliauskas, V. Sabanas. Interaction of transfer processes during unsteady evaporation of water droplets. [*International Journal of Heat and Mass Transfer*](#), 2006, Vol. 49, pp. 1790-1803.
13. C.H. Chiang, M.S. Raju, W.A. Sirignano. Numerical analysis of convecting, vaporizing fuel droplet with variable properties. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1992, Vol. 35, pp. 1307-1324.